Etablissement Inter – Etats d'Enseignement Supérieur
CENTRE D'EXCELLENCE TECHNOLOGIQUE PAUL BIYA
BP 13 719 Yaoundé (Cameroun) Tél (237) 22 72 99 57/(237) 22 72 99 58
Site web: www.iaicameroun.com E-mail: contact@iaicameroun.com

Examen Session Normale Juin 2021

Epreuve d'analyse

Durée 2H Examinateur : William NDONGO

Exercice 1 (05 Points)

On considère les fonctions f et g de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définies respectivement par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{lnx}{1+lnx} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} g(x) = \frac{-1}{1+lnx} & \text{Si } x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

1) Déterminer les ensembles de définitions de f et de g $\quad 0,75 \times 2 = 1,5\, pt$
2) Etudiez la continuité et la dérivabilité de f en 0 $\quad 0,75 \times 2 = 1,5\, pt$
3) Etudiez les variations de f et les résumer sur un tableau $\quad 2\, pts$

Exercice 2 (06 Points)

1) Etudiez la convergence de la série et des intégrales suivantes :

a) $U_n = \sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{n!} \quad (\forall\, x \in \mathbb{R}_+^*)$

b) $I = \int_0^{+\infty} e^{-t} dt \qquad J = \int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t} dt$ $\quad 1 \times 3 = 3pts$

2) Pour chacune des séries suivantes définir quel type de série il s'agit et donner ses critères de convergence.

a) $U_n = \sum \frac{1}{n^\alpha} \quad (n \geq 2, \alpha \in \mathbb{N}^*)$; b) $U_n = \frac{1}{n^\alpha (\ln n)^\beta} \quad (n \geq 2)$

c) $\sum \sqrt[n]{U_n}$; d) $U_n = \frac{(-1)^n}{n^3} \quad (n \geq 2)$ $\quad 0,75 \times 4 = 3\, pts$

Exercice 3 (07 Points)

1) Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $4y'' + 4y' + y = 0$; b) $y'' + y' + y = 0$ $0{,}75 \times 2 = 1{,}5\, pt$

2) On veut résoudre l'équation différentielle :

$(Eo) : y'' - y' - 2y = 2x + 4$

a) Trouver une fonction affine g solution de (Eo) $1\, pt$

b) Démontrer que f est solution de (Eo) si et seulement si $f - g$ est solution de $(E1): y'' - y' - 2y = 0$ $1\, pt$

c) Résoudre $(E1)$. $0{,}75\, pt$

3) En déduire l'ensemble S des solutions de f de (Eo) $1{,}25\, pt$

4) Trouver la solution f de (Eo) telle que :

$f(0) = -2$ et $f'(0) = 1$ $1{,}5\, pt$

Exercice 4 (02 points)

1) A l'aide d'une intégration par partie calculez l'intégrale suivante :

$I = \int_0^1 (2x + 1)\, e^{-x}\, dx$ $0{,}75\, pt$

2) Donnez le développement limité de la fonction $Cosx$ à l'ordre 3 au voisinage de $xo = \pi$. $0{,}75\, pt$

3) Simplifiez l'expression : $A = \ln(3 - \sqrt{5}) + \ln(3 + \sqrt{5})$. $0{,}75\, pt$

Bonne Chance !!!